EU ソルベンシーⅡにおける保険引受リスク評価

１．EU ソルベンシーⅡの保険引受リスク

EU ソルベンシーⅡの導入に向けた第３次影響度調査 QIS3(Quantitative Impact Studies)では、損保の保険引受リスクを次のように計算している。

> *QIS3 Technical Specifications - Part 1 I.3.234-235*
> The capital charge for the combined risk premium and reserve risk is determined as follows:
>
> $NL_{pr} = \rho(\sigma) \cdot V$: The capital charge for premium and reserve risk
>
> V = Volume measure
> σ = standard deviation of the combined ratio for the overall portfolio
>
> $$\rho(\sigma) = \frac{\exp\left(N_{0.995} \cdot \sqrt{\log(\sigma^2 + 1)}\right)}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} - 1$$:A function of the standard deviation

これは、保険料などの規模を表す指標に、コンバインドレシオの標準偏差（σ）から算出したリスク係数$\rho(\sigma)$を乗じたものをリスク量（capital charge）としているという意味である。

ここで、ポイントとなるのはリスク係数$\rho(\sigma)$の算出であるが、係数の導出方法については特に資料には掲載されていない。ここでは、以下のように係数の導出方法について考えてみた。

２．コンバインドレシオが従う確率分布

過去の損害率・社費率の実績から各年度のコンバインドレシオを算出し、平均M、標準偏差Sとなっていたとする。このデータから、コンバインドレシオが従う確率分布を推定する。損害保険は種目によってロングテール性・ファットテール性などの状況が異なるため、確率分布としてはこのような各種目の状況を反映できるものが望ましい。そこで、ここではコンバインドレシオが従う確率分布として「対数正規分布」を仮定する。

なお、対数正規分布の決定には２つのパラメータμ, σが必要だが、これらの設定値により、分布の形状（ロングテール性・ファットテール性など）を変化させることができる。

対数正規分布$LN(\mu, \sigma)$に従う確率変数の期待値と標準偏差は次のようになることが知られている。

期待値　：　$E(X) = M = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$　……（式１）

標準偏差：　$\sqrt{V(X)} = S = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right) \times \sqrt{\exp(\sigma^2) - 1}$　……（式２）

３．対数正規分布の VaR

対数正規分布は対数変換を行うと正規分布になるので、これをもとに VaR を計算できる。

コンバインドレシオXの 99.5%VaR を「$VaR_{0.995}$」、標準正規分布に従う確率変数を「Z」、標準正規分布の 99.5%VaR を「$N_{0.995}$」とすると、$P(X \le VaR_{0.995}) = 0.995$であるので、

$$P(\log(X) \le \log(VaR_{0.995})) = P\left(\frac{\log(X) - \mu}{\sigma} \le \frac{\log(VaR_{0.995}) - \mu}{\sigma}\right) = P(Z \le N_{0.995}) = 0.995$$ となり

$$\frac{\log(VaR_{0.995}) - \mu}{\sigma} = N_{0.995}$$ の関係式が得られる。

これより、コンバインドレシオの 99.5%VaR は　$VaR_{0.995} = \exp(\mu + N_{0.995} \times \sigma)$　となる。

４．コンバインドレシオのリスク量

ここで、$\boxed{\text{リスク量}\rho\text{＝「99.5\%VaR」と「期待値」との差}}$と考えると

リスク量$\rho = \exp(\mu + N_{0.995} \times \sigma) - \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$　……（式３）　となる。

５．EU ソルベンシーⅡにおけるリスク量

上記の計算で得られた式１～３は次のとおりである。

（式１）　$M = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right)$

（式２）　$S = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right) \times \sqrt{\exp(\sigma^2) - 1}$

（式３）　$\rho = \exp(\mu + N_{0.995} \times \sigma) - \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$

ここでは（式３）を（式１）・（式２）をもとに変形して、EU ソルベンシーⅡにおけるリスク量ρと同じになるかをチェックしたいが、EU ソルベンシーⅡの式：$\rho(\sigma) = \frac{\exp\left(N_{0.995} \cdot \sqrt{\log(\sigma^2 + 1)}\right)}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} - 1$　には平均値に関するパラメータが使用されておらず、平均値に関する前提条件を追加しないと同じ式にならないことが予想される。

一般的に、料率水準が適正である場合、コンバインドレシオは100%の近傍で変動すると考えられるため、コンバインドレシオの過去実績値の平均は「１００%」という前提を追加する。

これは、上記の式１で$M = 1$ということであり、式１~式３は次のように変形できる。

（式１）$M = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right) = 1$　より、$\exp(\mu) = \exp(-\frac{1}{2}\sigma^2)$

（式２）$S = \sqrt{\exp(\sigma^2) - 1}$　より、$\sigma = \sqrt{\log(S^2 + 1)}$

（式３）$\rho = \exp(\mu + N_{0.995} \times \sigma) - 1 = \exp(-\frac{1}{2}\sigma^2) \times \exp(N_{0.995} \times \sigma) - 1$

これから　$\rho = \exp(-\frac{1}{2}\sigma^2) \times \exp(N_{0.995} \times \sigma) - 1 = \frac{\exp(N_{0.995}\sqrt{\log(S^2 + 1)})}{\sqrt{S^2 + 1}} - 1$

となるので、EU ソルベンシーⅡにおけるリスク量ρの式と一致する。（注）

（注）上記の計算では、対数正規分布のパラメータσと区別するため、コンバインドレシオの標準偏差を S とおいたが、EU ソルベンシーⅡではコンバインドレシオの標準偏差をσとしている。

つまり EU ソルベンシーⅡにおけるリスク量は

前提条件 　①コンバインドレシオは対数正規分布に従う 　②コンバインドレシオの平均は「１００%」 のもとで、リスク量ρ＝「99.5%VaR と期待値との差」としたもの

であることがわかった。

６．日本に導入する際の保険引受リスク

上記の考察を踏まえ、仮に日本に EU ソルベンシーⅡと同じような保険引受リスク評価を導入する際の留意点を考えてみる。最初に EU ソルベンシーⅡの前提条件①（対数正規分布の仮定）についてだが、これについては特に問題がないと考える。理由は、次のとおりである。

（a）対数正規分布はパラメータμ, σの設定により、種目特性（ロングテール性・ファットテール性など）を反映させることができる。

（b）実際、多くの損害保険の損害率分布は対数正規分布によくフィットすることが知られており、損害率に事業費率を加えたコンバインドレシオについても対数正規分布に従うとしても問題ないと考えられる。なお、巨大災害（自然災害など）についてはファットテール性が強いため、対数正規分布ではリスク量が過小評価されるが、これらについては工学的災害シミュレーションや極値分布などの別の方法でリスク量を算出するのが妥当である。

問題となるのは、前提条件②（平均値 100%の仮定）であり、一般的に会社・種目・年度によりコンバインド

レシオの期待値は差異があり、「平均値を一律 100%」とするのは要検討事項であると考える。
V（= Volume measure）として何を採用するか（例：保険料基準・保険金基準）にもよるが
コンバインドレシオの期待値を考慮して、次のように計算式を改良することを提案したい。

$$\rho = \exp(\mu + N_{0.995} \times \sigma) - \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2) = \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2 + N_{0.995} \times \sigma - \frac{1}{2}\sigma^2) - \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$$

$$= \frac{M \exp(N_{0.995} \times \sigma)}{\exp(\frac{1}{2}\sigma^2)} - M$$ となるので

改良版リスク量 $$\rho = \frac{M \exp\left(N_{0.995}\sqrt{\log(\frac{S^2}{M^2}+1)}\right)}{\sqrt{\frac{S^2}{M^2}+1}} - M$$

ここで、M はコンバインドレシオの平均値、S コンバインドレシオの標準偏差
$N_{0.995}$ は標準正規分布の 99.5%点（＝2.5758）

この式で M ＝1とすれば、EU ソルベンシーⅡにおけるリスク量と一致する。

なお、計算例は次のとおり。
種目A，B，Cの過去５年間のコンバインドレシオの推移は次表のようになっているとする。
平均値は、種目A＝１００％、種目B＝８０％、種目C＝６０％であるが、標準偏差はどれも６．０４％で同じになっている。なお、平均値に対する標準偏差の割合は一般に「変動係数」と呼ばれるが、種目A＜B＜Cの順番で、変動係数は大きくなっている。つまり、種目Cは一番変動状況が大きい種目である。

年度	2002	2003	2004	2005	2006	①平均	②標準偏差	③変動係数 =②÷①	④リスク量 (EU)	⑤リスク量 (改良)
種目A	108%	93%	104%	96%	99%	100.00%	6.04%	**0.060**	16.6%	16.6%
種目B	88%	73%	84%	76%	79%	80.00%	6.04%	**0.076**	16.6%	16.9%
種目C	68%	53%	64%	56%	59%	60.00%	6.04%	**0.101**	16.6%	17.3%

保険引受リスクを EU ソルベンシーⅡに基づいて計算すると、３種目ともに 16.6%となった。これは 99.5%相当のリスク量が、「保険料規模×16.6%」として評価されることを意味している。
一方、改良版は、コンバインドレシオの平均値を 100%でなく実績値としたものであり、計算結果は、種目A＝16.6%、種目B＝16.9%、種目C＝17.3%となり、コンバインドレシオの変動状況に連動してリスク量も種目A＜B＜Cの順番で大きく評価できている。

なお、EU ソルベンシーⅡにおける計算では、コンバインドレシオの標準偏差が必要となるが、標準偏差が計算できるということは同時に平均値も計算できるということである。このため、改良型への変更に際しては、追加でデータ収集を行う必要がない上、計算式もわずかな変更で済み、実務上の問題も発生しないといえる。

以　上