

# カルマンフィルターによるベータ推定\*

矢野浩一<sup>†</sup>

## 概 要

本論文ではシングルファクターモデルにおけるリスクファクター  $\beta$  をカルマンフィルターで推定する手法を日本株式市場に適用する（株価指数に TOPIX、個別銘柄として東証 1 部上場 22 社を使用した）。本論文では  $\beta$  は時間によって徐々に変化することを仮定し、カルマンフィルターを用いて時変  $\beta$  を推定する手法を採用する（本論文で採用した仮定はベイズの方法における smoothness priors として広く知られている）。本論文のアプローチはファイナンス理論で用いられる資本資産価格理論 (the Capital Asset Pricing Model, CAPM) を参考にしながら、より統計学的な発想を生かしたアプローチである。なぜならば、CAPM は 1 期間モデルであり、 $\beta$  が時変である場合は考慮されないことが多い。しかし、本論文の方法を用いれば  $\beta$  が時変であったとしても推定が可能であり、 $\beta$  の変化を時系列で表示することで個別銘柄の市場リスクの変化が測定可能になる。実証分析の結果、日本株式市場における個別銘柄の  $\beta$  は時々刻々と変化しており、その変化が市場における企業のリスク変化を反映していると考えられることが分かった。

なお、本論文で採用した方法は smoothness priors とカルマンフィルターというガウス分布・線形の状態空間表現に基づく比較的制約の強い手法であるが、これらの手法はアルゴリズムが単純であり、すでに統計的な性質もよく知られているために一般的に言って非ガウス・非線形フィルターよりも適用が容易である場合が多い。本論文での手法を用いることにより実証分析の負担を軽減するメリットがある。

キーワード：カルマンフィルター, シングルファクターモデル, 市場リスク.

---

\*本論文に対してご意見をいただいた佐藤整尚助教授（情報・システム研究機構、統計数理研究所）と高橋明彦助教授（東京大学経済学部）に感謝いたします。

<sup>†</sup>総合研究大学院大学博士課程（統計科学専攻）。E-mail: koiti@ism.ac.jp. なお本稿の内容は全て著者の個人的見解であり、金融庁及び金融研究研修センターの公式見解ではない。

# 1 はじめに

証券分析の基本として個別銘柄のリターンモデルとしてシングル・ファクターモデルが用いられることが多い。その場合、TOPIX等の株価指数のリターンと個別銘柄固有のリスクファクター $\beta$ を用いて個別銘柄のリターンを表すことが多い。

$$Z_i = \beta_i Z_m + \alpha_i \quad (1)$$

ここで $Z_i$ は個別銘柄のリターン、 $Z_m$ は株価指数のリターンであり、 $\alpha_i$ は切片である。ただし、本論文では $\alpha_i$ はゼロとおき、 $\beta_i$ の推計に焦点を絞った。シングルファクターモデルは純粋に統計的なモデルであるが、一般に推計を行う場合には、ファイナンスにおける資本資産価格モデル(the Capital Asset Pricing Model、以下CAPM)を理論的基礎として推計が行われることが多い。その際、CAPMは1期間モデルであることから、 $\beta_i$ は時間に依存しないと暗黙に仮定して推計が行われることが多い(例えば、Campbell, Lo, and MacKinlay (1996)を参照)。しかし、CAPMにおける資本市場の完全性等の前提に対しては常に議論があり、またTOPIX等の株価指数がCAPMにおける市場ポートフォリオの代理変数として満足のいくものではないというRollによる批判がある(Roll (1977)を参照。日本語のサーベイとして竹原(2003)がある)。そこで、筆者はCAPMの発想を生かしつつも、より統計的なアプローチでシングルファクターモデルの $\beta_i$ の推計を行いたいと考えた。本論文では特に $\beta_i$ が時間により徐々に変化する(時変)という前提を取り入れてその推計にカルマンフィルターを用いた。重要な点はシングルファクターモデルにおける $\beta_i$ は株価指数を基準とした場合の個別銘柄のリスクを反映していると考えられる点にある<sup>1</sup>。ただし、本論文でのリスクは主として市場リスクを意味するため、本論文で「リスクが高い」という表現がただちに信用リスク等が高いことを意味するわけではない。本論文では株価指数としてTOPIXを採用し、東証1部上場22社の月次収益率に対するシングルファクターモデルを構成し、各社の $\beta_i$ を推定し、推定結果が個別銘柄のリスクを反映していることを示した。カルマンフィルターはガウス型・線形の状態空間表現に基づくアルゴリズムであり、比較的制約の多い手法であるが、アルゴリズムが単純であり、すでに統計的な性質がよく知られているために、推定と分析の実施が容易である。そのため、カルマンフィルターが適用可能であれば、時変 $\beta_i$ の推定が容易になるというメリットがある。

ファイナンスで用いられる資本資産価格理論(CAPM)との比較で筆者の方式の意義を説明する。CAPMの導出はSharpe (1964)とLintner (1965)によって行われ、その中で資本市場は完全であり、投資家の期待は一樣であり、証券の空売りが許容され、無リスク金利での借り入れ等も可能であることが仮定されていた。そのCAPMでは市場ポートフォリオの期待収益率とある証券の期待収益率の間に以下のような線形の関係が成り立つことが示された。

$$E[R_i - R_f] = \beta_i (E[R_m - R_f])$$
$$\beta_i = \frac{Cov[R_i, R_m]}{Var[R_m]} \quad (2)$$

ここで $R_i$ は証券 $i$ の期待収益率であり、 $R_m$ は市場ポートフォリオの期待収益率であり、 $R_f$ は無リスク資産の期待収益率である。 $\beta_i$ は $R_m - R_f$ に対する $R_i - R_f$ の反応度を表し、CAPMにおける唯一のシステミックなリスクファクターである。CAPMは1期間のモデルであるために、 $\beta_i$ が時変であるようなケースは想定されていない。そのため、ファイナンスにおける実証分析では $\beta_i$ は最小二乗法や最尤法などを用いて推定されることが多い(Campbell, Lo, and MacKinlay (1996)を参照)が、それらの分析では $\beta_i$ が非常に安定していることを暗黙に仮定している。しかし、CAPMの前提が現実に成立しているを見なしてよいかは長年に渡って疑問が投げかけられており、またRollの批判に見られるように従来より実証分析で用いられるTOPIX等の株価指数が市場ポートフォリオの代理変数として満足できるかどうか疑問の余地が残る。そこで筆者はCAPMによって得られた知見を生かしつつ、今回は主として統計的モデルとして $\beta_i$ を推計するというアプローチを採用する。特に現実の株式市場では $\beta_i$ は安定しておらず時間によって変化する(時変である)可能性は古くから指摘されており(実証分析としてはたとえばBlume (1971, 1975)や近年ではClarkson and Thompson (1990)など)、時変 $\beta$ を推定した本論文の研究には意義があると考えられる。

<sup>1</sup>たとえば、 $\beta_i$ が1に等しければ、企業のリスクは株価指数に等しく、1以上であれば株価指数と比較してリスクが高い(1以下であれば、リスクは株価指数と比較してリスクが低い)と考えられる。

筆者の方式について概要を解説する。本論文では  $\beta_i$  の変化に関してベイズの方法として知られる smoothness priors を仮定する。Smoothness priors は状態変数の差分がガウス型白色雑音に従うという形で定式化される。この仮定の下では  $\beta_i$  は徐々に変化し、その変化する  $\beta_i$  をカルマンフィルターを用いて推定する。カルマンフィルターは Kalman (1960) で提案された線形・ガウス型の状態空間表現に基づく状態推定のアルゴリズムである。式 (2) は  $\beta_i$  に関する線形の関係であるから、 $\beta_i$  を状態変数と考えカルマンフィルターを用いて推定することが可能である。なお、Kalman (1960) 以降非線形状態空間表現に拡張された拡張カルマンフィルターや各種の非ガウス型のフィルターなどが提案されているが、我々はもっとも基礎的なカルマンフィルターを用いてその適用領域を明確化したいと考えた。本論文では筆者の方法を日本株式市場に適用し、その有効性について個別銘柄の状況と  $\beta_i$  の推定結果を照らし合わせて考察し、同時に残差解析の結果も示す。推定した値を検討した結果、 $\beta_i$  の変化は企業のリスク変化をうまく捉えており、筆者のアプローチが有効であることが分かった。

なお、本論文とまったく独立に発表された Zalewska (2004) は  $\beta$  推定にカルマンフィルターを用いるという点で筆者のアプローチと類似しているが、Zalewska (2004) は欧米の通信事業者だけに絞って推定を行っている点と筆者が AIC (Akaike Information Criterion) を用いて論じているモデルの同定に関する議論が抜けている等の違いがある。

## 2 理論的背景

証券  $i$  に対するシングルファクターモデルは以下のように表される。

$$Z_i(t) = \beta_i Z_m(t) + \alpha_i \quad (3)$$

ここで  $Z_i(t)$  は  $E[R_i - R_f]$ 、 $Z_m(t)$  は  $E[R_m - R_f]$ 、そして  $\alpha_i$  は証券  $i$  の切片である。本論文では CAPM と同様に  $\beta_i$  の推定のみを考える。さらに  $\beta_i$  は時間に従って徐々に変化すると仮定した (以下、 $\beta_i$  は時間に依存するという仮定に従い  $\beta_i(t)$  と表記する)。そして  $\beta_i(t)$  に関する以下のような確率差分方程式を定義する。

$$\nu_i(t) = \beta_i(t) - \beta_i(t-1), \quad (4)$$

ここで  $\nu_i(t) \sim N(0, \tau_i^2)$  である。 $\tau_i$  は証券  $i$  に固有の定数である。この仮定はベイズの方法で smoothness priors として広く知られており、確率差分方程式 (4) は Kitagawa and Gersch (1985) における時変係数自己回帰モデルにおけるガウス分布型 smoothness priors と同じである。

次にリターンモデルと smoothness priors を状態空間表現で表す。式 (3) と (4) は状態空間表現で以下のように表すことができる。

$$\beta_i(t) = \beta_i(t-1) + \nu_i(t) \quad (5)$$

$$Z_i(t) = Z_m(t)\beta_i(t) + \epsilon_i(t) \quad (6)$$

ここで  $\epsilon_i(t)$  は残差である。なお、 $\epsilon_i(t) \sim N(0, \sigma_i^2)$  を仮定し、 $\sigma_i$  は証券  $i$  に固有の定数である。式 (5) はシステム方程式、式 (6) は観測方程式と呼ばれる。

筆者は  $\beta_i(t)$  を推定するためにカルマンフィルターを用いた<sup>2</sup>カルマンフィルターは Kalman (1960) によって提案されたアルゴリズムであり、ガウス分布・線形型状態空間表現に基づいて状態推定を行うものである。 $\beta_i(t)$  は金融市場における状態であると見なすことができるため、前述した状態空間表現にカルマンフィルターを適用して  $\beta_i(t)$  を推定できる。カルマンフィルターは (1) 予測、(2) フィルタリング、(3) 平滑化の3つの要素から構成される。本論文では予測とフィルタリングを使用する。カルマンフィルターのアルゴリズムは以下のように表される (以下、 $x(t|t-j)$ ,  $[j = 0, 1, \dots]$  で条件付き期待値を表す)。

予測アルゴリズム：

$$\begin{aligned} \beta_i(t|t-1) &= \beta_i(t-1|t-1), \\ V(t|t-1) &= V(t-1|t-1) + \tau_i^2, \end{aligned} \quad (7)$$

<sup>2</sup>カルマンフィルターに関する記述は北川 (1993)、Durbin and Koopman (2001) と Hamilton (1994) にもとづく。

フィルタリングアルゴリズム：

$$\begin{aligned} K(t) &= V(t|t-1)Z_m(t)\{Z_m(t)V(t|t-1)Z_m(t) + \sigma_i^2\}^{-1}, \\ \beta_i(t|t) &= \beta_i(t|t-1) + K(t)\{Z_i(t) - Z_m(t)\beta_i(t|t-1)\}, \\ V(t|t) &= \{1 - K(t)Z_m(t)\}V(t|t-1), \end{aligned} \quad (8)$$

ここで  $V(t|t-j) = E\{\beta_i(t) - \beta_i(t|t-j)\}^2$  である。ただし、 $\beta(0|0)$  と  $V(0|0)$  はあらかじめ固定の値を与える。

本論文の方法では前述した定式においてもっとも適合する  $\beta_i(t)$  を推定する必要がある。ここでは Akaike (1973) によって提唱された AIC (Akaike Information Criterion) を用いてモデルの適合度を表す。AIC は対数尤度と推定されるパラメータの数によって以下のように定義される。

$$AIC(i) = -2l(\hat{\theta}_i) + 2p \quad (9)$$

ここで  $l(\theta_i)$  は対数尤度関数、 $p$  は推定されるパラメータの数を表す。最良の推定値  $\hat{\theta}_i$  は AIC を最小化することによって得られる。カルマンフィルターでは対数尤度関数を以下に説明するように計算することが可能である。証券  $i$  に関する  $\{Z_i(1), \dots, Z_i(T)\}$  に対する同時確率分布は

$$f(Z_i(1), \dots, Z_i(T)|\theta_i) = \prod_{t=1}^T f(Z_i(t)|Z_i(1), \dots, Z_i(t); \theta_i), \quad (10)$$

ここで  $\theta_i = (\sigma_i, \tau_i)$  であり、 $f(Z_i(t)|Z_i(1), \dots, Z_i(t); \theta_i)$  は以下で定義される条件付分布である。

$$\begin{aligned} f(Z_i(t)|Z_i(1), \dots, Z_i(t); \theta_i) \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi v^2(t)}} \exp\left[-\frac{1}{2v^2(t)}(Z_i(t) - Z_m(t)\beta_i(t|t-1))^2\right] \end{aligned} \quad (11)$$

対数尤度関数は以下のようにして得られる。

$$\begin{aligned} l(\theta_i) &= -\frac{1}{2}\left\{T \log(2\pi) + \sum_{t=1}^T \log v^2(t) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{t=1}^T \frac{1}{v^2(t)}(Z_i(t) - Z_m(t)\beta_i(t|t-1))^2\right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

ここで  $v^2(t) = Z_m(t)V(t|t-1)Z_m(t) + \sigma_i^2$  である。プログラムは R を用いて実装し、最適化アルゴリズムとして関数 *optim* における Nelder-Mead 法を採用した。

### 3 日本株式市場への適用

#### 3.1 データセットについて

筆者はデータとして東証 1 部から 22 銘柄を選んでその月次収益率を検証対象とした。また、株価指数として TOPIX を採用した (TOPIX は東証 1 部上場企業の時価総額を指数化したものである)。データの期間は 1998 年 1 月から 2003 年 12 月までの 6 年間であり、データサイズは 72 である (月次の収益率のデータサイズは 71 である)<sup>3</sup>。なお、収益率を計算する際に本来は配当について考慮すべきであるが、月次収益率のレベルに比べれば小さいと思われるために今回は配慮しなかった。また、今回は計算の際にインフレ率によって収益率を修正することも行わなかった。それは近年の日本経済においてインフレ率はきわめて低い (企業物価指数で 1998 年から 2003 年において -0.8 から -1.6 の範囲に収まっている) ためである。また、銘柄を選択する際に流動性と信用リスクに関しては特に考慮しなかった。LIBOR 円 3 ヶ月を短期無リスク金利の代理変数として採用した。それは LIBOR 円 3 ヶ月はコールレート 1 ヶ月よりも安定している場合が多いためである。データのリストを表 1 に示す。また、月次の収益率は以下のように定義する。

<sup>3</sup> シングルファクターモデルは通常の場合、月次データで 5 年分を使用すると Campbell, Lo, and MacKinlay (1996) の pp. 184 には記述されている。

データ(月次終値)	期間
25 企業 ( 東証一部 )	1998/01 - 2003/12
TOPIX	1998/01 - 2003/12
LIBOR 円 3 ヶ月	1998/01 - 2003/12

表 1: データ

$$R_i = \log \frac{P_t}{P_{t-1}}, \quad (13)$$

ここで  $P_t$  は証券の月次終値を表す。TOPIX の月次収益率も同様に計算した。

筆者のプログラムでは対数尤度関数 [ 式 (12) ] を R の最適化関数 *optim* を用いて最大化した。プログラムは推定された  $\beta_i(t)$ 、式 (5) と式 (6) の残差、 $\tau_i$ 、 $\sigma_i$ 、AIC、*optim* のリターンコード [ 0 は最適化が成功したことを意味し、それ以外は最適化が失敗したことを意味する<sup>4</sup> ]、そして、プログラムの結果を用いて残差解析を行った。残差解析としては正規性の検定 (Bowman-Shenton (Jarque-Bera) 検定) と系列相関の検定 (Ljung-Box 検定) を行った。

### 3.2 推定結果

我々の推定の結果を図 6-27 に示す。各図の左上に実際のリターン ( 実線 ) とリターンの推定 ( 破線 )、右上に  $\beta$  の推定結果、左下に観測方程式の残差の Quantile-Quantile プロット、右下にシステム方程式の残差の Quantile-Quantile プロットを示す。またその他の推定値は表 2 に示した。表 2 における “code” とは *optim* から戻ってきたリターンコードである。なお、 $\beta$  の結果で最初の部分で大きく値がぶれているケースが多く見られるが、それは初期値として  $V(0|0)$  をある程度大きく取っているためである。

以下、いくつかの銘柄の結果から得られる知見について述べる。まず、日産自動車の  $\beta$  の推計結果について述べる ( 図 1 参照 )。日産はルノーからカルロス・ゴーン氏を迎え ( 1999 年 6 月に最高執行責任者、2000 年 6 月から社長、2001 年 6 月から社長兼 CEO ) て経営改革を行ってきた。本論文で採用したデータ期間がちょうどその改革の時期に対応し、改革に沿うように  $\beta$  が年々低下していることが分かる。この結果から日産の改革を市場が順次読み込み、市場リスクが年々低下してきた可能性を指摘することができる。

次に同業種二社の推定結果を比較することの有効性を示す。図 2 にカネボウの結果を示し、図 3 にカネボウと同業種である花王の推計結果を示す。まずカネボウの  $\beta$  の時系列変化を見ると、若干のブレはあるものの大部分の期間で 1.0 – 1.2 前後で推移していることが分かる。それに対して花王の  $\beta$  は 0.2 – 0.4 前後で推移しており、カネボウと比較して花王のリスクは低いといえる。報道等で明らかのようにカネボウは 2004 年 2 月 16 日に産業再生機構に支援を要請し、現在は経営再建中である。以上の推定結果からそれぞれの企業の経営状況を市場が読み込み、 $\beta$  の違いを生み出した可能性を指摘することができる。

続いて図 4 に NTT ( 日本電信電話株式会社 ) の推定結果を示す。1998 年から 2003 年の間に IT バブルの発生と崩壊があった。  $\beta$  が大きく変化しているのは IT バブルが始まった時期に合致しており、IT バブル時期とともにリスクが上昇していることが分かる。

図 5 に東京電力の推定結果を示す。東京電力の  $\beta$  は 0.5 – 0.2 間で推移しており、興味深い点としては IT バブル崩壊の時期 ( 2000 年 ) に呼応して  $\beta$  が低下している点である。IT バブル崩壊により成熟産業にある東京電力に対する市場の見方が変化し、相対的な市場リスク低下という形で現れたと解釈できる。

最後に観測方程式の残差分散  $\sigma^2$  について述べる。表 2 を見ると  $\beta$  の残差分散が比較的大きい場合と比較的小さい場合があることが分かる。残差分散は個別銘柄の TOPIX に連動していない値動

<sup>4</sup>プログラムでは最適化関数 *nlm* での最適化計算が 1000 回繰り返された時点で最適化が失敗したと判定した。なお、最適化が成功したケースでは最適化計算の繰り返しは 200 回以下であった。

企業名	Code	AIC	$\sigma$	$\tau$
NTT	0	-149.3359	0.07534621	0.05882475
SONY	0	-64.40624	0.1435226	0.03899718
東京電力	0	-170.9791	0.0643951	0.06440982
西松建設	0	-119.4261	0.09381163	0.004122669
イトーヨーカ堂	0	-105.2728	0.1038671	0.03153384
トヨタ	0	-152.0062	0.0730043	0.02377539
竹田薬品工業 4502	0	-158.2433	0.0709385	0.02374597
松下電器産業 6752	0	-142.9274	0.07851107	0.02417267
シャープ 6753	0	-119.2637	0.09456484	0.02551953
デンソー 6902	0	-175.7362	0.06173184	0.02517676
日産自動車 7201	0	-90.45424	0.1159477	0.03341797
キャノン 7751	0	-146.1517	0.07626406	0.02624219
三菱商事 8058	0	-142.2841	0.07883462	0.02532104
東日本旅客鉄道 9020	0	-170.8066	0.06367031	0.02346094
東海旅客鉄道 9022	0	-201.2063	0.05186767	0.02268473
KDDI 9433	0	-72.4038	0.1305883	0.03283984
日本たばこ産業 2914	0	-140.844	0.08041787	0.02553174
花王 4452	0	-180.9324	0.05882841	0.02141521
日本電気 6701	0	-115.7291	0.09526309	0.02877051
京セラ 6971	0	-89.49805	0.1159477	0.03341797
任天堂 7974	0	-108.1091	0.1029107	0.03000534
カネボウ 3102	0	-93.36037	0.1159477	0.03341797

表 2: 推定結果

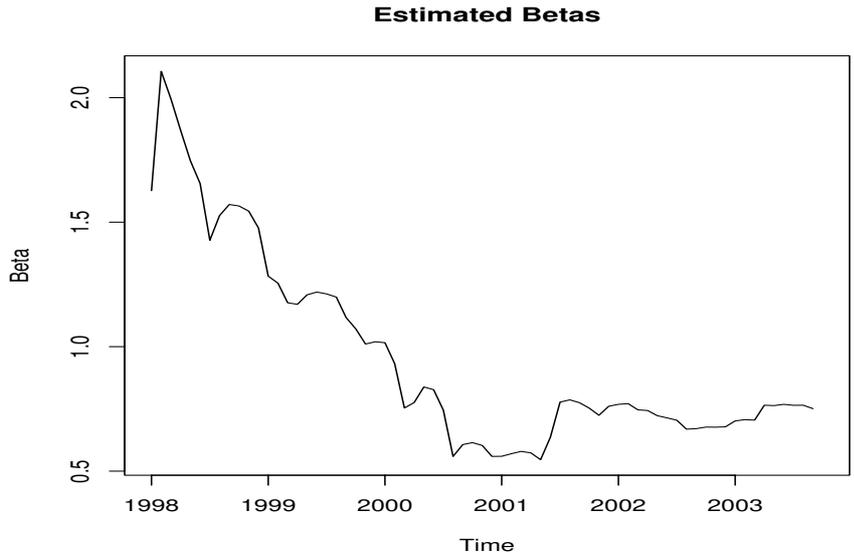


図 1: 日産自動車

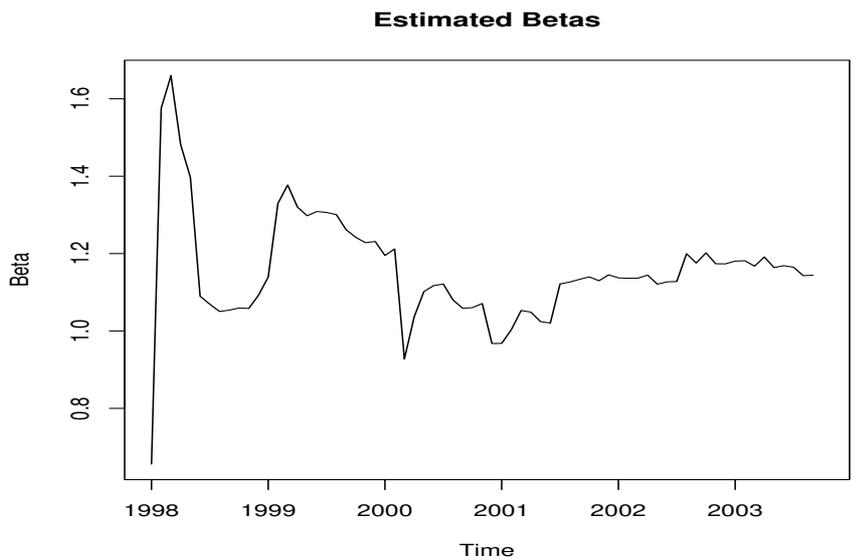


図 2: カネボウ

きの大きさを示すため、これが大きい場合にはリスクが大きいといえる。本論文での手法を実際  
 のリスク分析に利用する場合にはこの残差分散についての留意も必要であると考えられる。

以上の考察から明らかなように  $\beta$  の推移を時系列で表示すれば、ある程度は企業の経営状態の  
 変化を推定できる可能性があると言える。

### 3.3 残差解析

残差解析の結果について述べる。カルマンフィルターの仮定では  $\nu_i(t)$  と  $\epsilon_i(t)$  は正規白色雑音（正  
 規分布で系列相関なし）であり、その分散は定数である。そこで残差解析として以下の正規性の検  
 定と系列相関の検定を行った。以下に行った解析を列挙する。

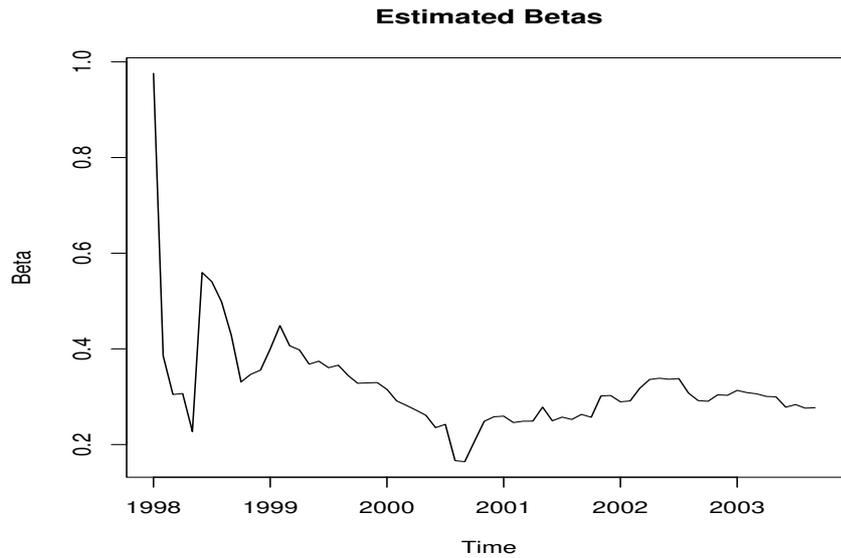


図 3: 花王

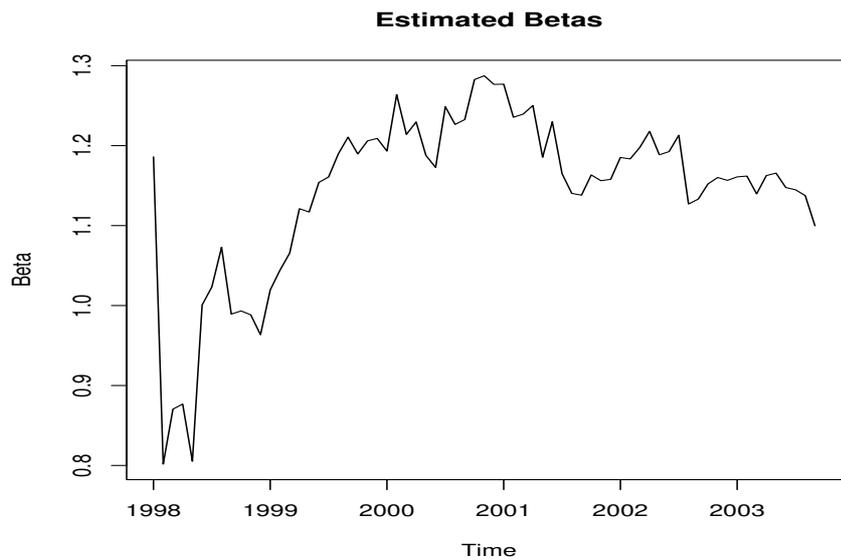


図 4: NTT

1. Quantile-Quantile プロット
2. Bowman-Shenton (Jarque-Bera) 検定 (帰無仮説は「分布が正規分布である」)
3. Ljung-Box 検定 (帰無仮説は「残差に系列相関無し」)

モデルが十分によければ、残差は限りなく正規白色雑音に近づくと考えられるため、Bowman-Shenton 検定と Ljung-Box 検定は棄却されない方がよいといえる。Bowman-Shenton 検定と Ljung-Box 検定の結果を表 3 に示す (p 値は小数点以下 4 桁目を四捨五入した。また、表 3 の表記で\*\*\*が有意水準 1%、\*\*が有意水準 5%を意味する)。なお、Ljung-Box 検定ではラグを 12 ヶ月取って検定を行った。表 3 を見ると、観測方程式の残差については仮説が棄却されないケースが大半であるため、良い結

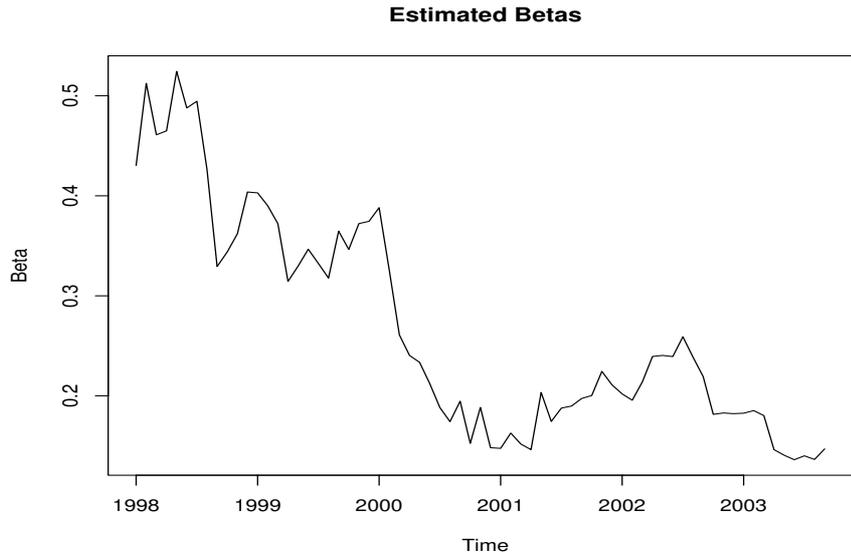


図 5: 東京電力

果が得られている。逆にシステム方程式の残差については正規性の検定である Bowman-Shenton 検定が棄却されるケースが多いため、 $\beta$  の変化には非ガウス分布性があると考えられる（この点については最後に今後の研究の方向性として検討する）。

#### 4 まとめ

本論文で得られた結果を以下に箇条書きでまとめる。

1. 今回の推定結果の範囲では  $\beta$  は時変であると考えerほうが自然である
2.  $\beta$  の変化を時系列で表示することによりある程度までは個別企業のリスクの変化を捉えることが可能である
3. 近年、金融市場の非ガウス・非線形性が取り上げられることが多いが、ガウス・線形型のカルマンフィルターを用いてもある程度までは推定が可能である。

結果を一言で述べると、近年、金融市場データの非ガウス・非線形性が強調されることが多いが、ガウス分布・線形型アルゴリズムであるカルマンフィルターを用いてもある程度は  $\beta$  の時系列変化を推定することが可能である。

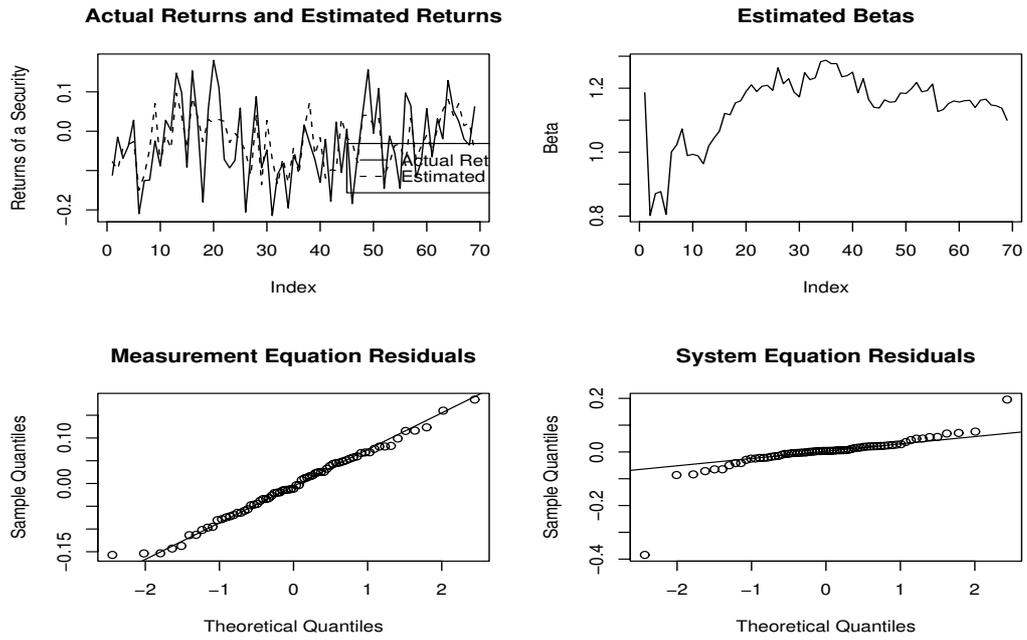
今後の方向性としては、第一に今回のアプローチではリスクファクターが一つしかないために、企業のリスク変化を必ずしも十分に捉え切れていない可能性があるため、マルチファクターモデルを採用する方法が考えられる。第二にシステム方程式の残差解析から  $\beta$  の変化に非ガウス分布性である可能性が判明したため、 $\beta_i$  の推定方法をカルマンフィルターから非ガウス・非線形型フィルター、たとえば Kitagawa (1993, 1996)、Gordon (1993) で提案されたモンテカルロフィルターに置き換える方法が考えられる。

企業名	観測方程式の残差		システム方程式の残差	
	Bowman-Shenton (p 値)	Ljung-Box (p 値)	Bowman-Shenton (p 値)	Ljung-Box (p 値)
NTT	0.8300	0.0065 ***	0.0000 ***	0.1588
SONY	0.4734	0.0951	0.0016 **	0.6258
東京電力	0.4734	0.0951	0.0016 **	0.6258
西松建設	0.4671	0.5509	0.0000 ***	0.2269
イトーヨーカ堂	0.0000 ***	0.4553	0.0000 ***	0.9637
トヨタ	0.0000 ***	0.0027 ***	0.0000 ***	0.1711
竹田薬品工業	0.9370	0.1464	0.0000 ***	0.3193
松下電器産業	0.8450	0.5210	0.0000 ***	0.6653
シャープ	0.2481	0.4699	0.0000 ***	0.4783
デンソー	0.7662	0.3247	0.0000 ***	0.0344 **
日産自動車	0.0855	0.1385	0.0000 ***	0.3584
キャノン	0.0583	0.3719	0.0000 ***	0.5045
三菱商事	0.0035 ***	0.3101	0.0000 ***	0.0772
東日本旅客鉄道	0.7622	0.9843	0.0000 ***	0.5211
東海旅客鉄道	0.1577	0.5774	0.0000 ***	0.8257
KDDI	0.1739	0.5256	0.0000 ***	0.0071 ***
日本たばこ産業	0.1515	0.6817	0.0000 ***	0.9975
花王	0.9811	0.6888	0.0000 ***	0.0871
日本電気	0.8509	0.5885	0.0000 ***	0.6851
京セラ	0.0000 ***	0.6516	0.0000 ***	0.2925
任天堂	0.8155	0.5098	0.0000 ***	0.2006
カネボウ	0.0000 ***	0.7953	0.0000 ***	0.7606

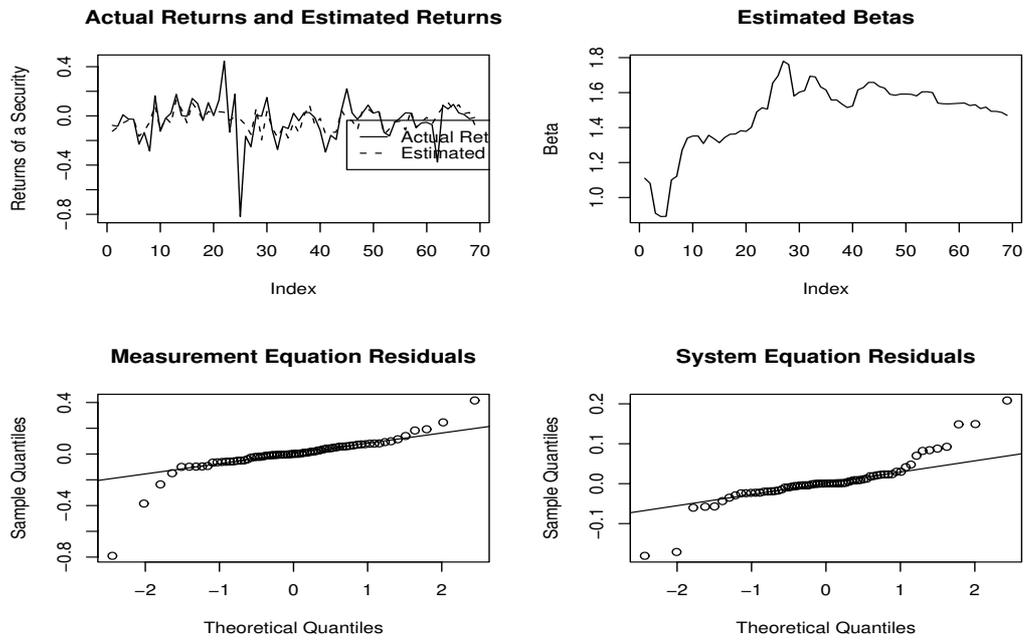
表 3: 残差解析

## 参 考 文 献

- [1] 北川源四郎、(1993)、FORTRAN 77 時系列解析プログラミング、岩波書店
- [2] 竹原均、(2003)、ベンチマークに対する理論的考察 - 効率的市場仮説との関係を中心に - 、証券アナリストジャーナル、第 41 巻第 6 号。
- [3] Akaike, H., (1973), "Information theory and an extension of the maximum likelihood principle," Proc. 2nd International Symposium on Information Theory (B. N. Petrov and F. Csaki eds.) Akademiai Kiado, Budapest, 267-281.
- [4] Blume, M.E., (1971), "On the Assessment of Risk, Journal of Finance," 24, 1-9.
- [5] Blume, M. E., (1975), "Betas and their Regression Tendencies, Journal of Finance," 30, 785-795.
- [6] Campbell, Lo, and MacKinlay (1996), "The Econometrics of the Financial Markets," Princeton Press.
- [7] Clarkson, P.M. and R. Thompson, (1990), "Empirical Estimates of Beta When Investors Face Estimation Risk," Journal of Finance, 45, 2, 431-453.
- [8] Durbin, J. and Koopman, S.J., (2001), *Time Series Analysis by State Space Methods*, Oxford University Press.
- [9] Gordon, NJ, Salmond, D. J., Smith. A. M., (1993), "Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation," IEEE Proceedings-F, 140 (2), 107-113.
- [10] Hamilton, J. D., (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- [11] Kalman, R. E., (1960), "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems," Transaction of the ASME-Journal of Basic Engineering, 35-45.
- [12] Kitagawa, G., (1993), "A Monte Carlo Filtering and smoothing method for non-Gaussian nonlinear state space models," Proceedings of the 2nd U.S.-Japan Joint Seminar on Statistical Time Series Analysis, 110-131, Honolulu, Hawaii, January 25-29.
- [13] Kitagawa, G., (1996), "Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models," Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol.5, No.1, 1-25.
- [14] Kitagawa, G. and Gersch, W., (1985), "A Smoothness Priors Time Varying AR Coefficient Modeling of Nonstationary Covariance Time Series," IEEE Trans. Automat. Control, Vol AC-30, No.1, pp. 48-56.
- [15] Lintner, J., (1965), "The Valuation of Risk Assets and Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," Review of Economics and Statistics, 47, 13-37.
- [16] Markowitz, H. M., (1952), "Portfolio Selection," Journal of Finance, 7, no. 1, 77-91.
- [17] Roll, R., (1977), "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part I," Journal of Financial Economics, 4, 129-176.
- [18] Sharpe, W. F., (1964), "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk," Journal of Finance, 19, 425-442.
- [19] Shiller, R., (1973), "A Distributed Lag Estimator Derived from Smoothness Priors," Econometrica, vol. 41, No.4, pp. 775-788.
- [20] Zalewska, A., (2004), "Evolving character of the CAPM beta of the case of the telecom industry," an Independent working paper.



6: NTT



7: SONY

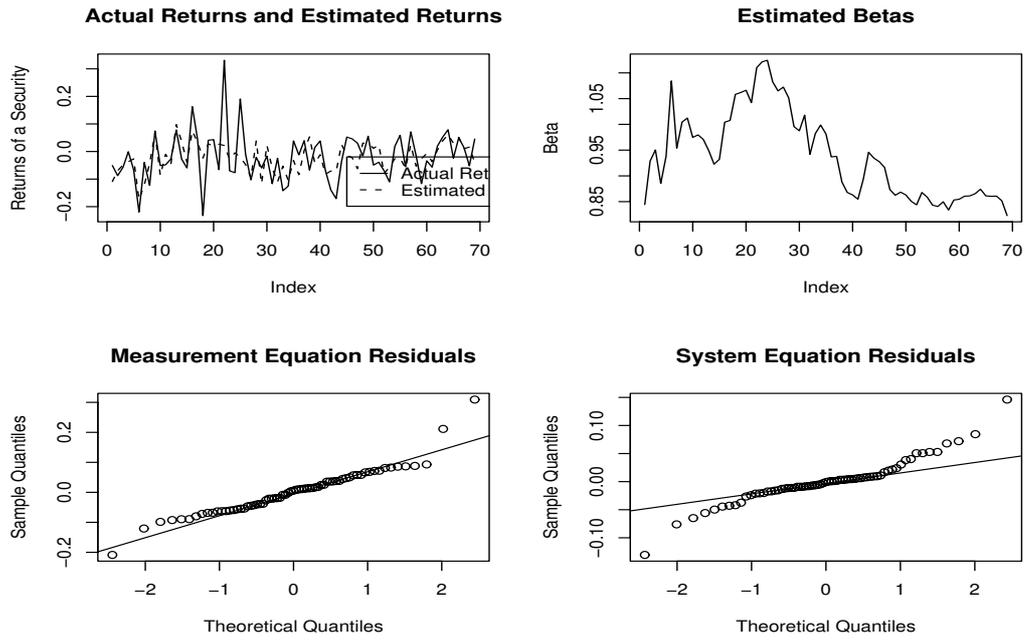


図 8: トヨタ

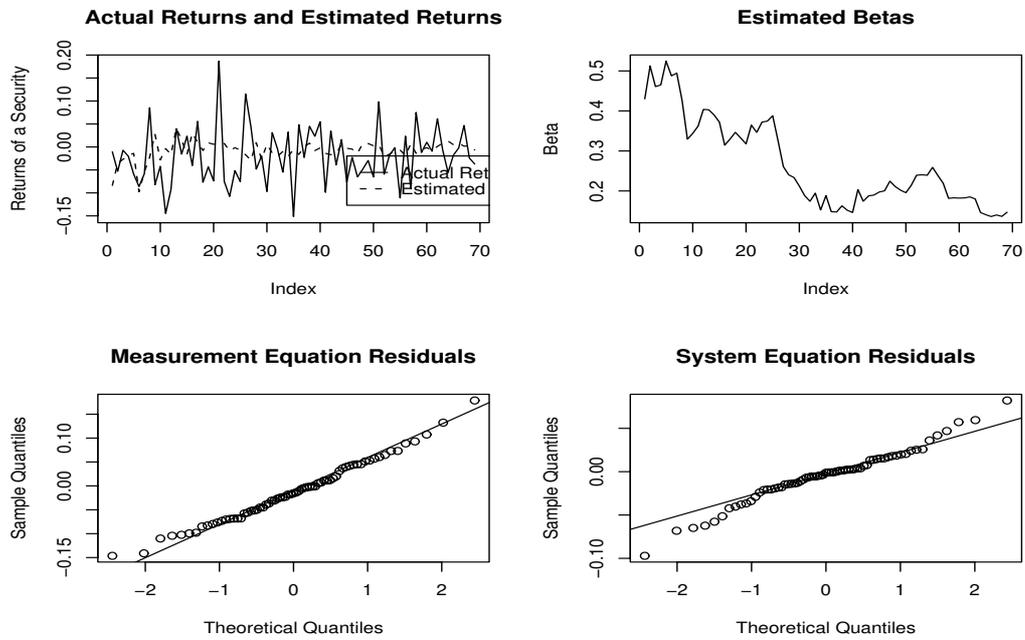


図 9: 東京電力

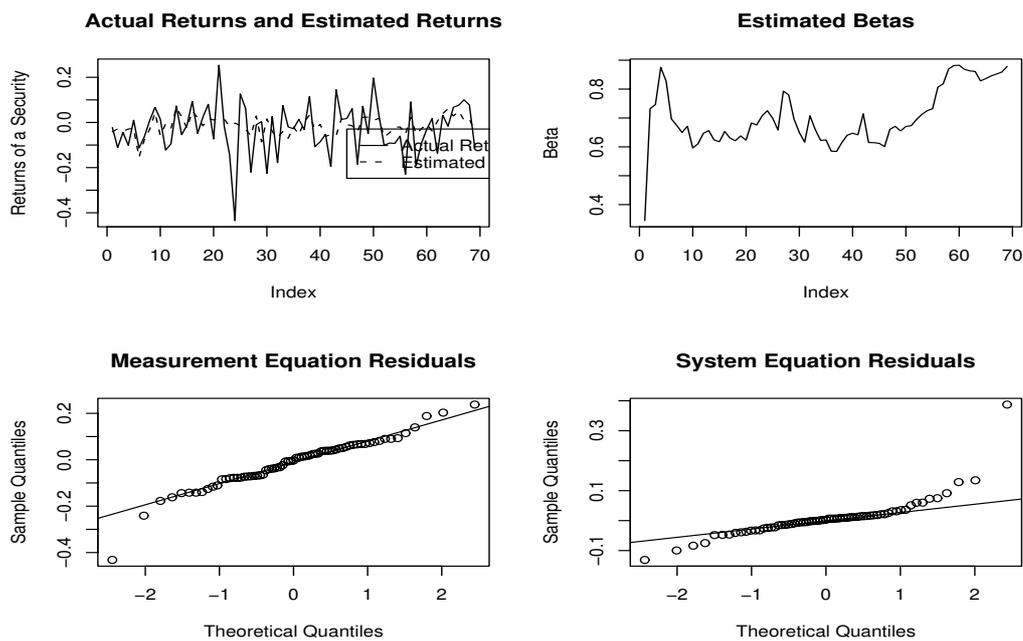


図 10: イト-ヨーカ堂

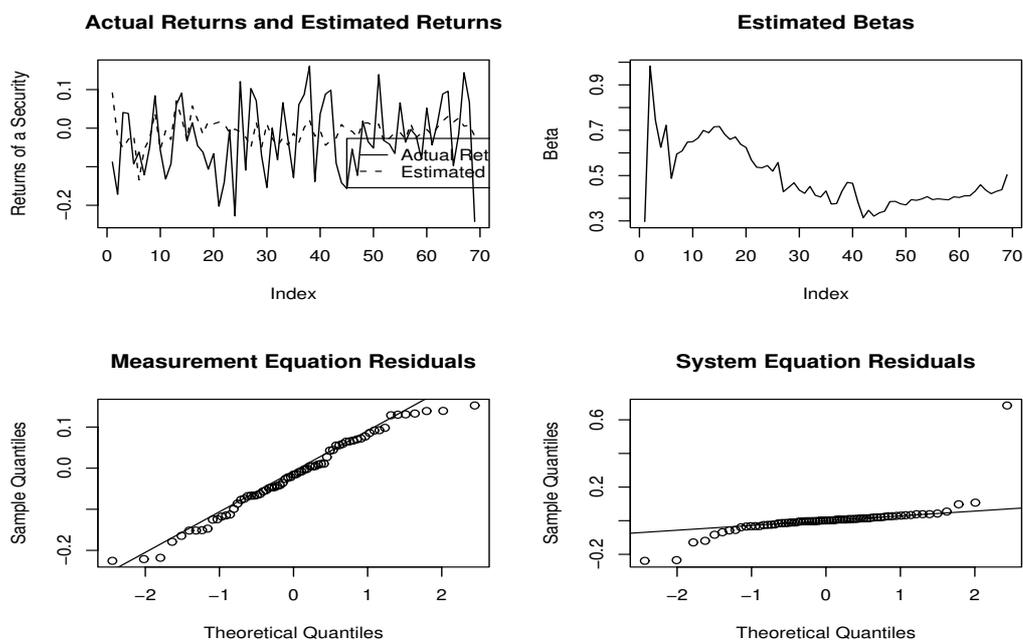


図 11: 西松建設

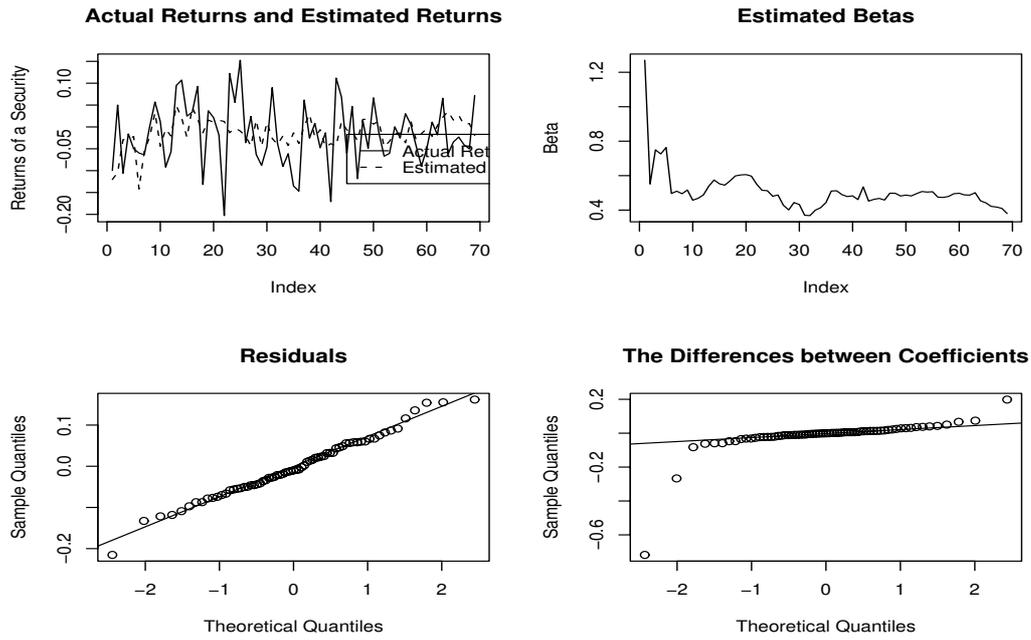


図 12: 武田薬品工業

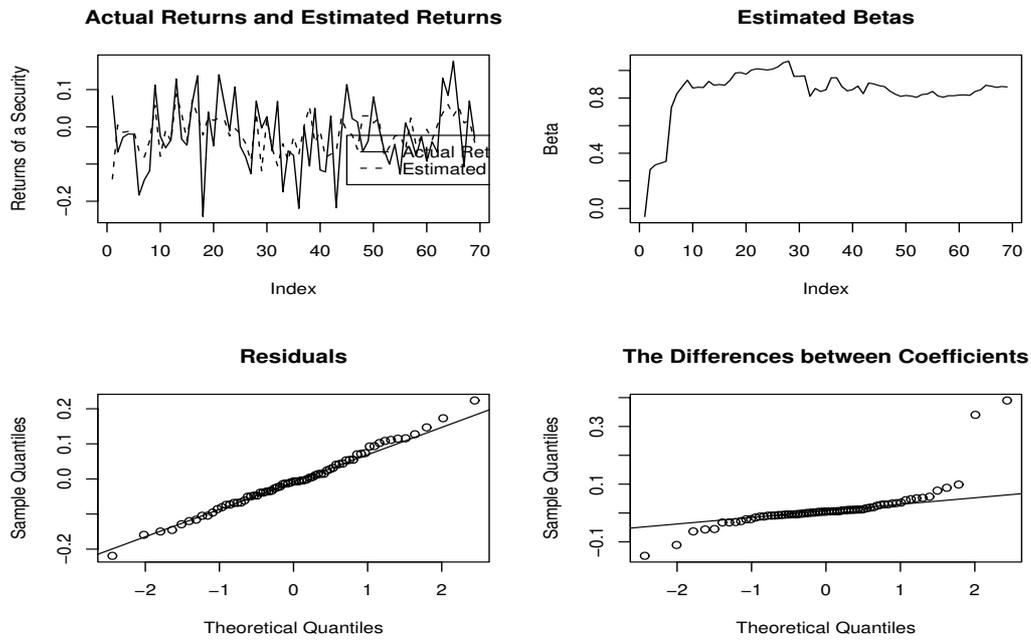


図 13: 松下電器産業

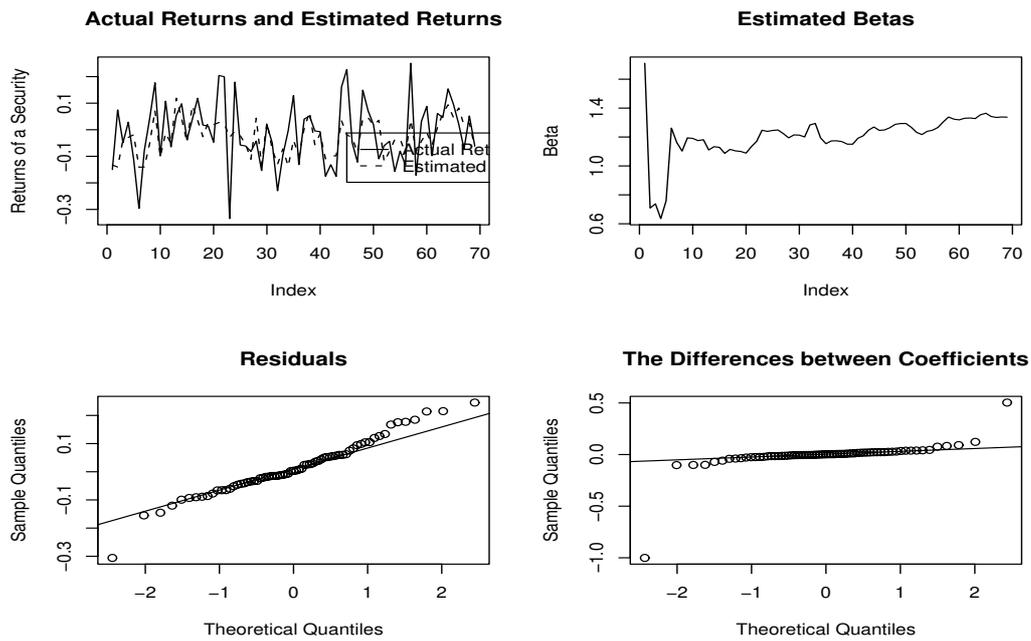


図 14: シャープ

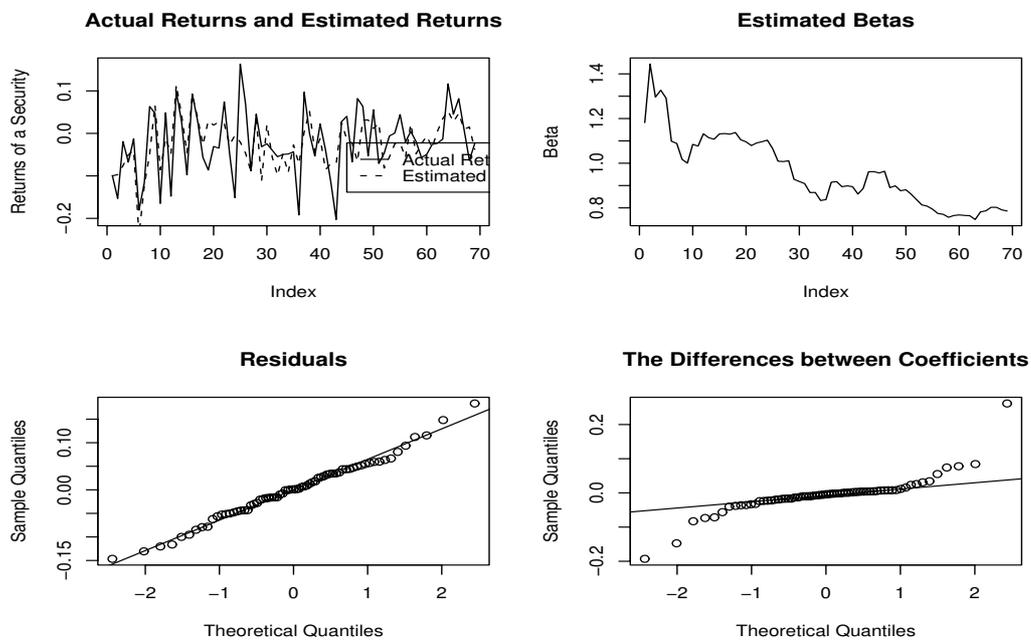


図 15: デンソー

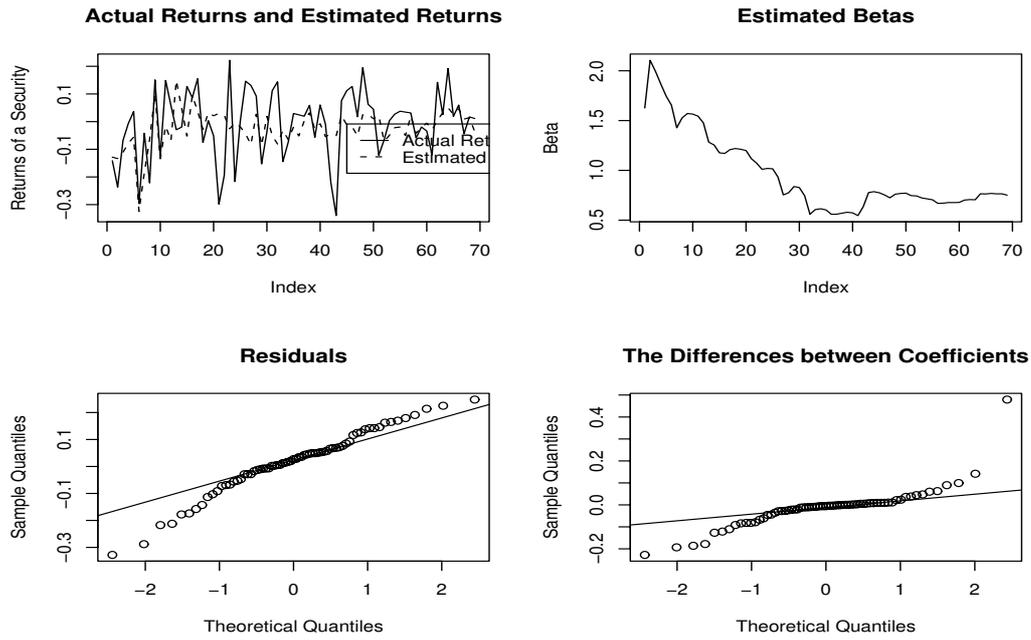


図 16: 日産自動車

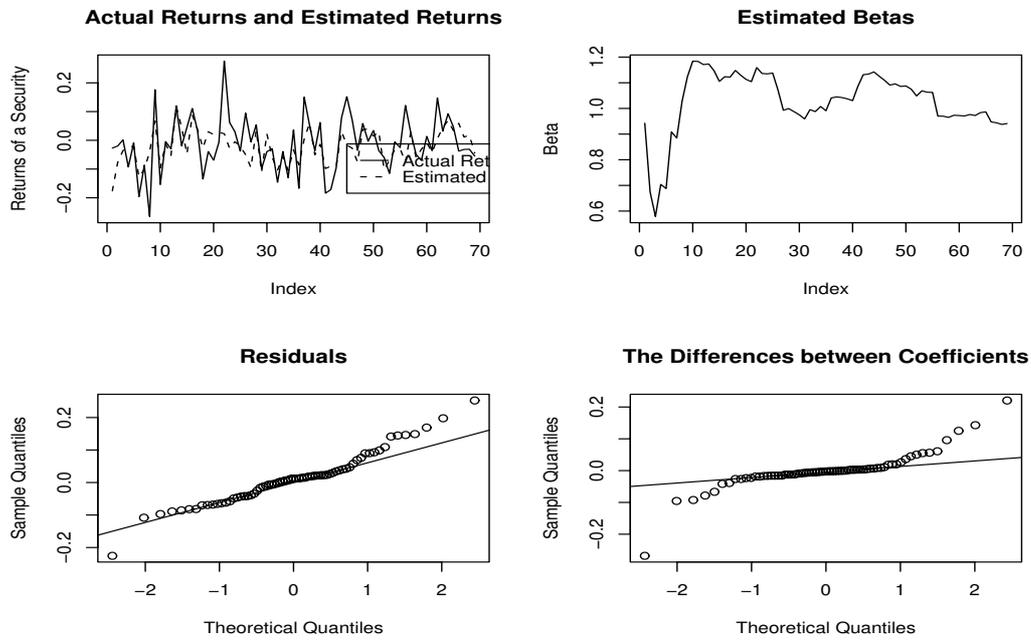


図 17: キャノン

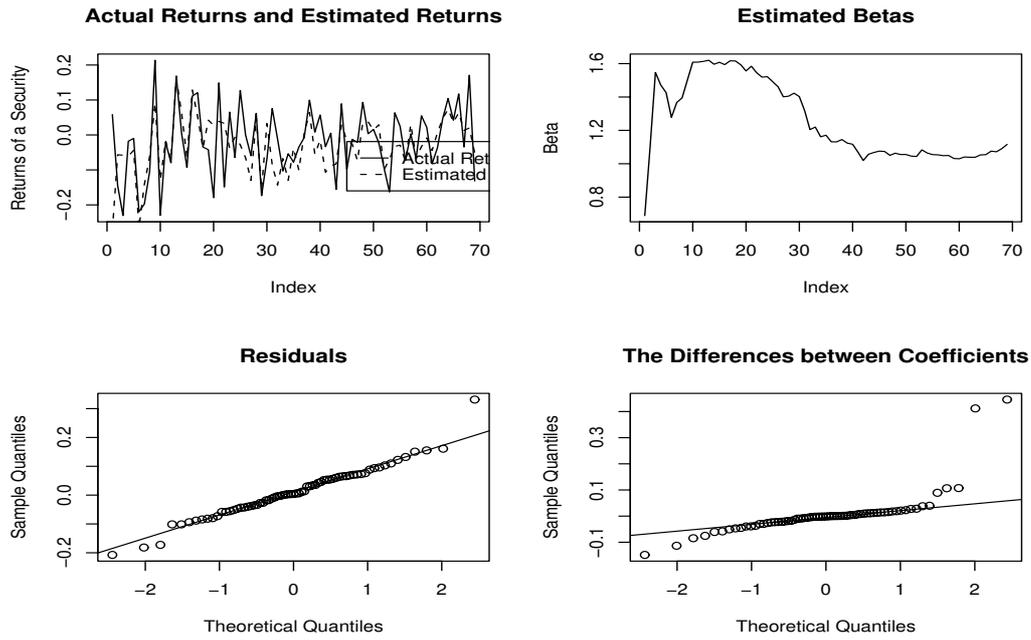


图 18: 三菱商事

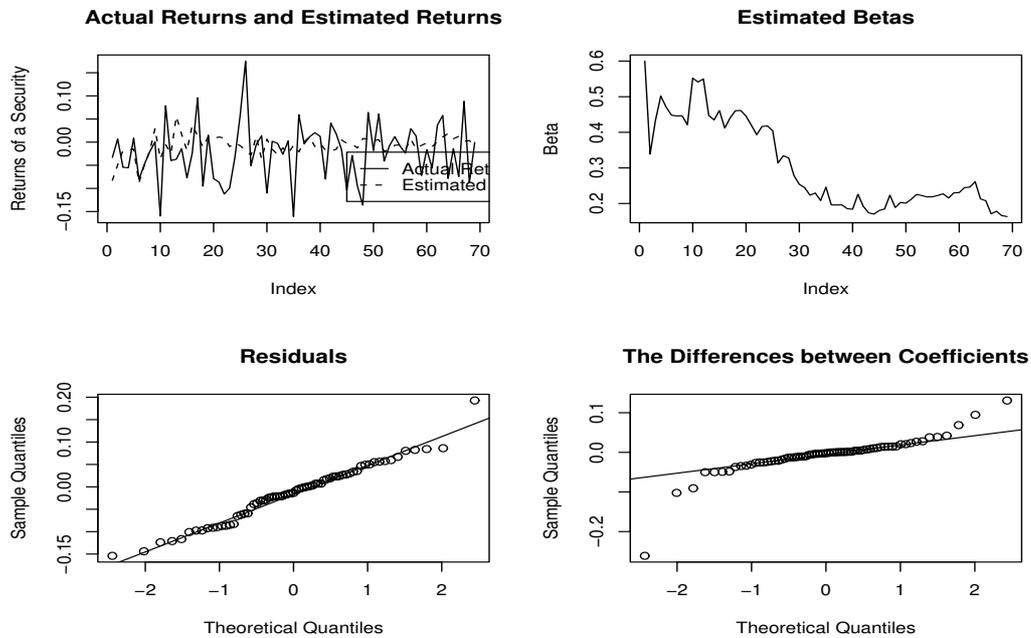


图 19: 東日本旅客鉄道

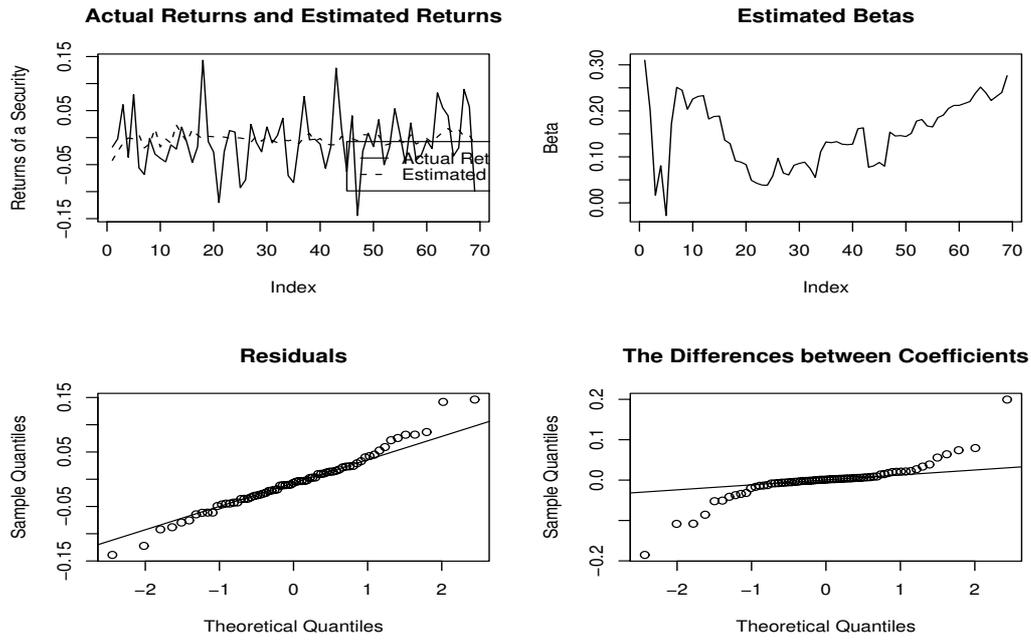


図 20: 東海旅客鉄道

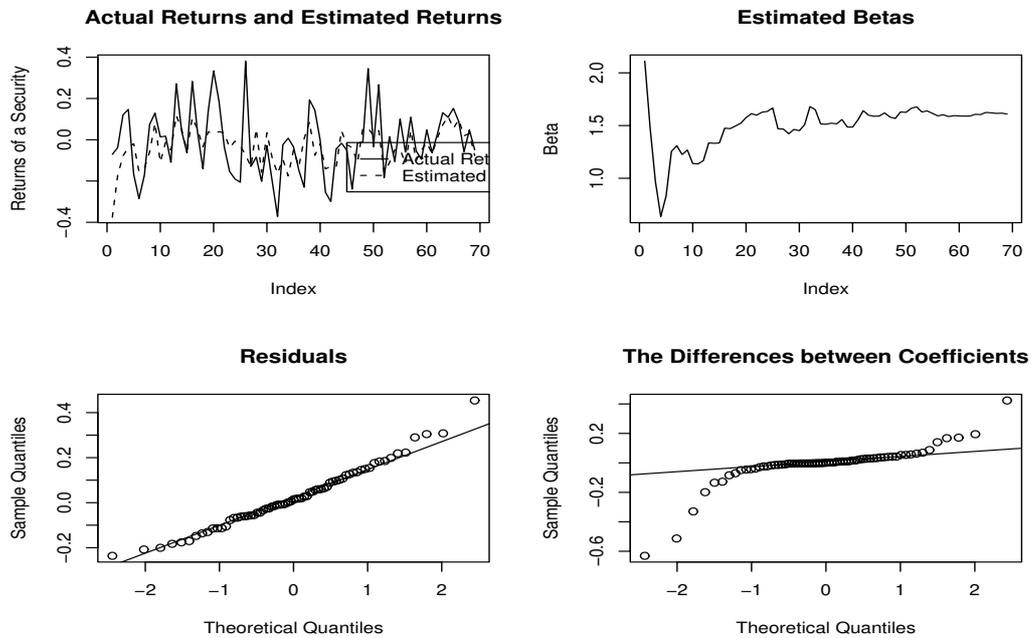


図 21: KDDI

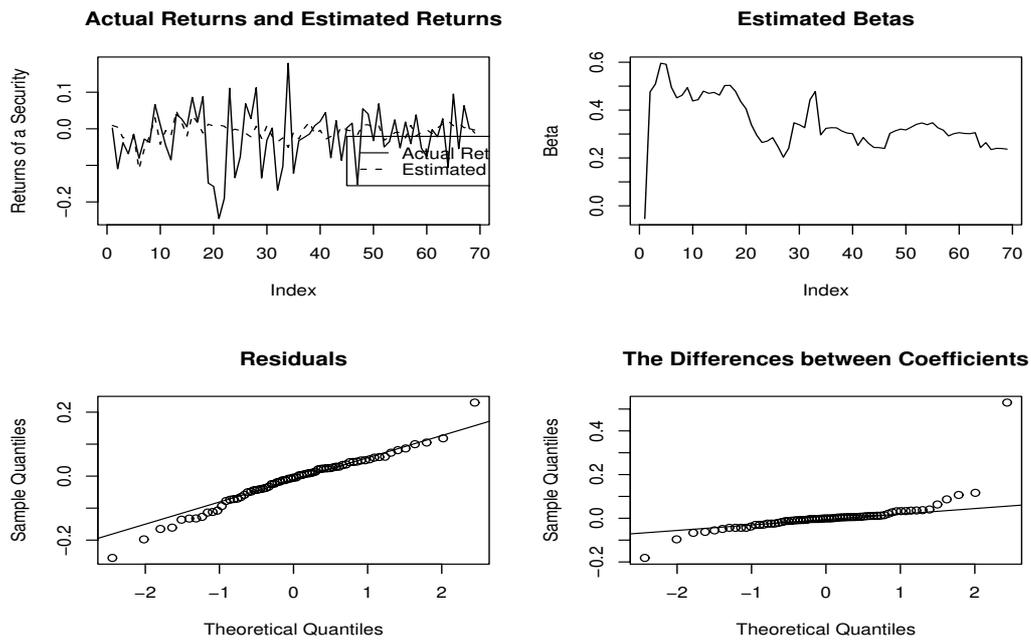


図 22: 日本たばこ産業

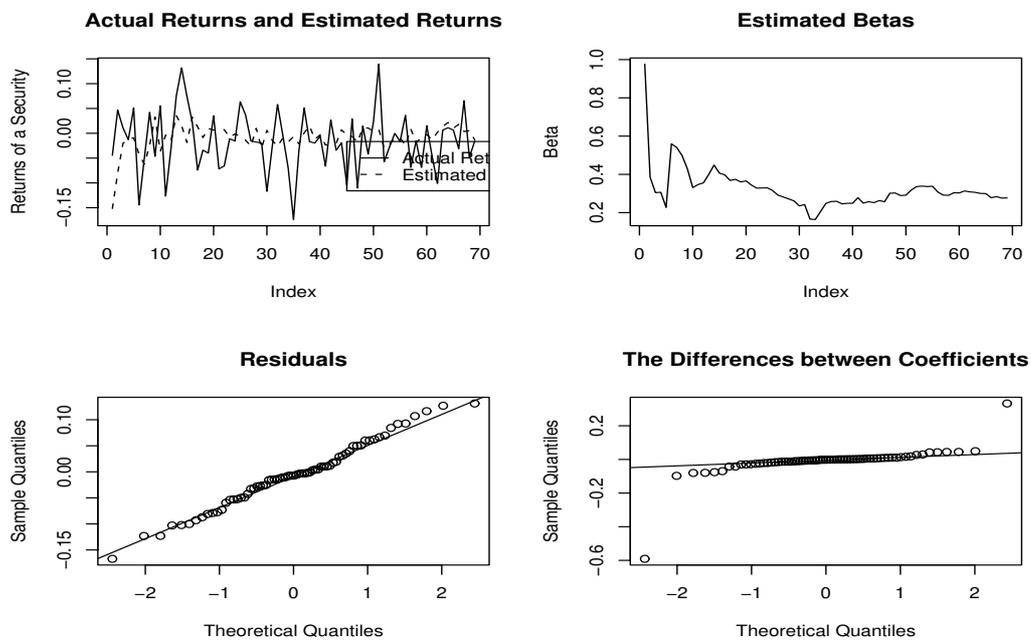


図 23: 花王

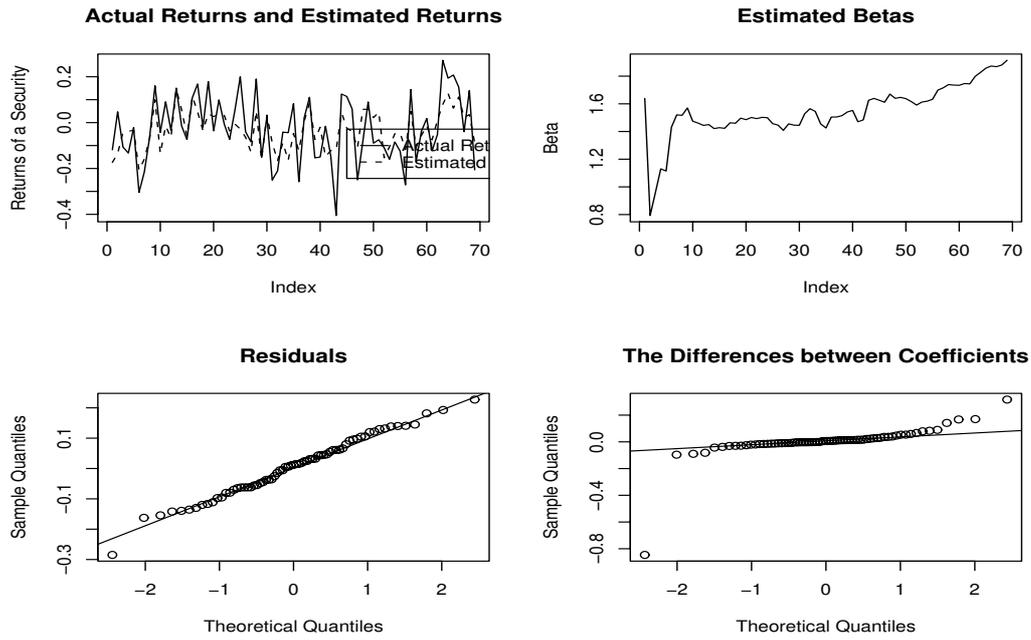


図 24: 日本電気

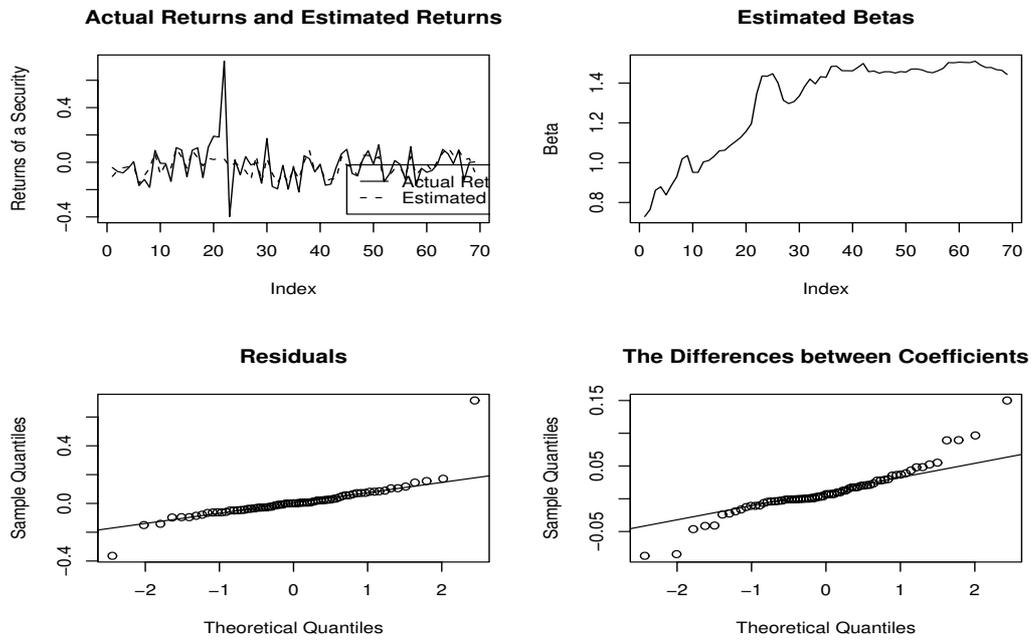


図 25: 京セラ

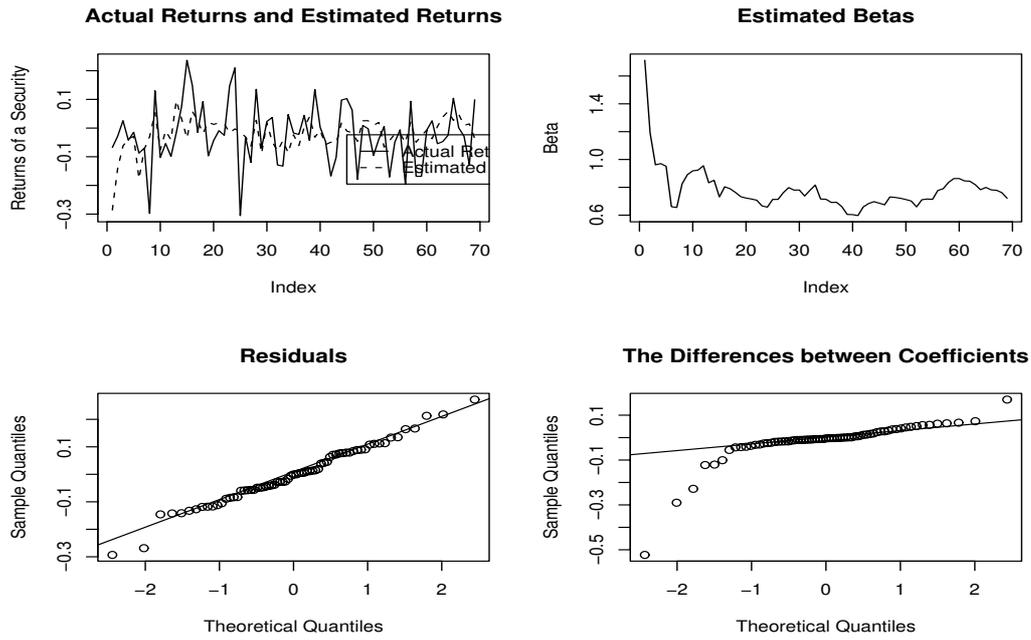


図 26: 任天堂

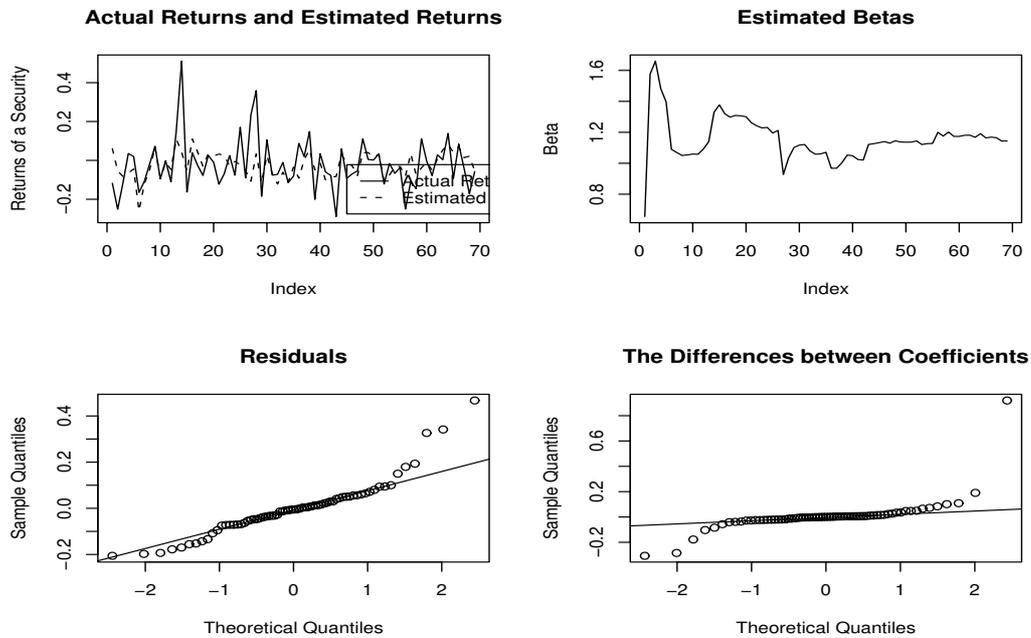


図 27: カネボウ